XIII МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА имени ЛЕОНАРДА ЭЙЛЕРА

Региональный этап

**6 февраля 2021 г.**

**\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_**

***8 класс.***

***Второй день.***

**6.** У уголка из трёх клеток *центральной* назовём клетку, соседнюю по стороне с двумя другими. Существует ли клетчатая фигура, которую можно разбить на уголки из трех клеток тремя способами так, чтобы каждая ее клетка в одном из разбиений была центральной в своем уголке?

**7.** Точка *M* — середина стороны *AC* равностороннего треугольника *ABC*. Точки *P* и *R* на отрезках *AM* и *BC* соответственно выбраны так, что *AP* = *BR*. Найдите сумму углов *ARM*, *PBM* и *BMR*.

**8.** Сначала Саша прямолинейными разрезами, каждый из которых соединяет две точки на сторонах квадрата, делит квадрат со стороной 2 на 2020 частей. Затем Дима вырезает из каждой части по кругу. Докажите, что Дима всегда может добиться того, чтобы сумма радиусов этих кругов была не меньше 1.

**9.** Дано натуральное число *n*, большее 2. Докажите, что если число *n*!+*n*3+1 — простое, то число *n*2+2 представляется в виде суммы двух простых чисел.

**10.** В квадратной таблице 2021х2021 стоят натуральные числа. Можно выбрать любой столбец или любую строку в таблице и выполнить одно из следующих действий: 1) Прибавить к каждому выбранному числу 1. 2) Разделить каждое из выбранных чисел на какое-нибудь натуральное число. Можно ли за несколько таких действий добиться того, чтобы каждое число в таблице было равно 1?